

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО Уральский государственный лесотехнический университет
Уральский лесотехнический колледж

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 Элементы высшей математики

специальность

09.02.07 Информационные системы и программирование

г. Екатеринбург, 2023

Рабочая программа учебной дисциплины **ЕН.01 Элементы высшей математики** разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование**

Разработчик(и):

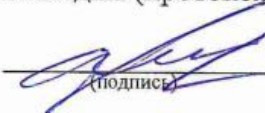
Преподаватель


(подпись)

Д.Д. Стратонов
(Фамилия И.О.)

Рабочая программа рекомендована к использованию в учебном процессе методическим советом Уральского лесотехнического колледжа (протокол № 5 от «19» мая 2023 года)

Председатель методического совета


(подпись)

В.О. Манилова
(Фамилия И.О.)

Рабочая программа утверждена директором Уральского лесотехнического колледжа

Директор


(подпись)

М.А. Пономарева
(Фамилия И.О.)

«19» мая 2023 года

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Элементы высшей математики» принадлежит к математическому и общему естественнонаучному циклу (ЕН.00).

1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5,	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел

Перечень личностных результатов

Код	Наименование личностных результатов
ЛР 6	Ориентированный на профессиональные достижения, деятельно выражающий познавательные интересы с учетом своих способностей, образовательного и профессионального маршрута, выбранной квалификации
ЛР 21.	Осознающий необходимость своего профессионального развития

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем образовательной программы	102
в том числе:	
теоретическое обучение	38
практические занятия	42
консультации	2
Самостоятельная работа	14
Промежуточная аттестация: экзамен	6

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины «ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Тема 1. Основы теории комплексных чисел	Содержание учебного материала	6	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.		
Тема 2. Теория пределов	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов		
	2. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей		
	3. Односторонние пределы, классификация точек разрыва		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение производной		
	2. Производные и дифференциалы высших порядков		
	3. Полное исследование функции. Построение графиков		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства		
	2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования		
	3. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Тема 5. Дифференциальное исчисление	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных		
	2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких		

функции нескольких действительных переменных	переменных		
	3. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
	Самостоятельная работа обучающихся		
Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Двойные интегралы и их свойства		
	2. Повторные интегралы		
	3. Приложение двойных интегралов		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
	Самостоятельная работа обучающихся		
Тема 7. Теория рядов	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение числового ряда. Свойства рядов		
	2. Функциональные последовательности и ряды		
	3. Исследование сходимости рядов		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
	Самостоятельная работа обучающихся		
Тема 8. Обыкновенные дифференциальны е уравнения	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений		
	2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка		
	3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
	Самостоятельная работа обучающихся		
Тема 9. Матрицы и определители	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Понятие Матрицы		
	2. Действия над матрицами		
	3. Определитель матрицы		
	4. Обратная матрица. Ранг матрицы		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Тема 10. Системы линейных уравнений	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Основные понятия системы линейных уравнений		
	2. Правило решения произвольной системы линейных уравнений		
	3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса		

	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
	Самостоятельная работа обучающихся		
Тема 11. Векторы и действия с ними	Содержание учебного материала	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства		
	2. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	3. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости	Содержание учебного материала	10	ОК 1, ОК 5, ЛР 21
	1. Уравнение прямой на плоскости		
	2. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой		
	3. Линии второго порядка на плоскости		
	4. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости		
	Олимпиада «Умникус»		
	В том числе практических занятий и лабораторных работ		
Самостоятельная работа обучающихся			
Примерный перечень практических работ: <ul style="list-style-type: none"> • Решение задач по линейной алгебре. • Решение задач по аналитической геометрии. • Решение дифференциальных уравнений. • Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов. • Решение задач с комплексными числами. 		50	
Промежуточная аттестация		6	
Всего:		102	

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

3.1. Материально-техническое обеспечение

Реализация программы предполагает наличие учебного кабинета математических дисциплин, информатики, метрологии и стандартизации (аудитория 1-411).

1-411 – это учебная аудитория для проведения лекционных, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, имеющая следующее оснащение: столы и стулья для обучающихся на 40 посадочных мест, рабочее место преподавателя, доска меловая, проектор, экран проекционный.

В качестве помещений для самостоятельной работы обучающихся используется:

- кабинет информатики (аудитория 1-131), имеющее следующее оснащение: столы и стулья для обучающихся на 36 посадочных мест, рабочее место преподавателя, персональные компьютеры с возможностью подключения к сети "Интернет" - 10 шт., интерактивная доска, проектор, экран проекционный.

- читальный зал № 2 (аудитория 1-202) на 20 посадочных мест, автоматизированные рабочие места для читателей с выходом в сеть Интернет и электронную информационную образовательную среду УГЛТУ, программное обеспечение общего назначения. Технология беспроводной локальной сети Wi-Fi.

Программное обеспечение:

– операционная система Windows 7, License 49013351 УГЛТУ Russia 2011-09-06, OPEN 68975925ZZE1309. Срок: бессрочно;

– пакет прикладных программ Office Professional Plus 2010, License 49013351 УГЛТУ Russia 2011-09-06, OPEN 68975925ZZE1309. Срок: бессрочно;

– антивирусная программа Kaspersky Endpoint Security для бизнеса- Стандартный Russian Edition. 250-499 Node 1 year Educational Renewal License. Договор №0529/ЗК от 03.10.2023. Срок с 10.10.2023 г. по 10.10.2024 г.;

– система управления обучением LMS Moodle – программное обеспечение с открытым кодом, распространяется по лицензии GNU Public License (rus);

– браузер Yandex (<https://yandex.ru/promo/browser/>) – программное обеспечение распространяется по простой (неисключительной) лицензии;

3.2. Информационное обеспечение реализации программы

Основная литература:

1. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального

образования / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513645>.

2. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517608>.

Дополнительная учебная литература:

1. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470393>.

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 326 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08799-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470650>.

3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 251 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08803-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470651>.

4. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 202 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8846-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449059>.

**4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»**

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Формы и методы оценки</i>
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии • Основы дифференциального и интегрального исчисления • Основы теории комплексных чисел 	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p>	<p>Формами и методами контроля и оценки по учебной дисциплине являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Тестирование • Контрольная работа • Самостоятельная работа. • Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений • Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости • Применять методы дифференциального и интегрального исчисления • Решать дифференциальные уравнения • Пользоваться понятиями теории комплексных чисел 	<p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Оценка выполнения практического задания(работы)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации

ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

для студентов специальности

09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Пояснительная записка

Дисциплина ЕН 01 Элементы высшей математики реализуется на первом курсе в течение первого и второго семестров. Объем максимальной учебной нагрузки по дисциплине рассчитан на 102 часа, включая 82 часа на аудиторные занятия. Внеаудиторная самостоятельная работа 14 часов. Промежуточная аттестация 6 часов.

Настоящий сборник практических работ предназначен в качестве методического пособия при проведении практических работ по программе дисциплины «Элементы высшей математики», утвержденной для специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

Требования к знаниям и умениям при выполнении практических работ.

В результате выполнения практических работ, предусмотренных программой по данной специальности, обучающийся должен.

уметь:

выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;

применять методы дифференциального и интегрального исчисления; решать дифференциальные уравнения;

пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

знать:

основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;

основы дифференциального и интегрального исчисления; основы теории комплексных чисел.

Правила выполнения практических работ

Обучающийся должен ознакомиться с инструкционной картой, рекомендованной учебной литературой. Далее выполняются задания в той последовательности, которая предусмотрена картой.

Каждый обучающийся после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.

Отчет о проделанной работе следует делать на листах формата А4, которые подшиваются в отдельную папку.

Содержание отчета указано в описании практической работы.

Если обучающийся не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Оценку по практической работе обучающийся получает с учетом срока выполнения работы, если:

- задания выполнены правильно и в полном объеме;
- сделан анализ проделанной работы и вывод по результатам работы;
- обучающийся может пояснить выполнение любого этапа работы;
- отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы.

Обучающийся допускается к сдаче зачета или экзамена по дисциплине при условии выполнения всех предусмотренных программой работ, после сдачи отчетов по работам, при удовлетворительных оценках за контрольные вопросы во время практических занятий.

Цель промежуточной аттестации: оценка знаний и умений, практического опыта, уровня сформированности компетенций.

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5,	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; Применять методы дифференциального и интегрального исчисления; Решать дифференциальные уравнения; Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; Основы дифференциального и интегрального исчисления; Основы теории комплексных чисел.

Практическое занятие №1

Тема: Операции над матрицами. Вычисление определителей второго и третьего порядка.

Цель занятия:

- 1) изучить понятия: матрица, определитель матрицы, а также методы вычисления определителей матриц;
- 2) научиться вычислять определители второго и третьего порядка, используя определение определителя матрицы и «правило треугольника».

Задания для практической работы Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислите линейную комбинацию $A+2B$.

2. Найдите произведение матриц A и B , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Пользуясь, определением вычислите: $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 10 & 12 \end{vmatrix}$, $|B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}$.

4. Пользуясь, «правилом *треугольника*» вычислите $|C| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислите линейную комбинацию $2B-A$.

2. Найдите произведение матриц B и A , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Пользуясь, определением вычислите: $|A| = \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 9 & 15 \end{vmatrix}$, $|B| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

4. Пользуясь, «правилом *треугольника*» вычислите: $|C| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

Практическое занятие №2

Тема: Миноры и алгебраические дополнения. Нахождение обратной матрицы.

Цель занятия:

- 1)изучить понятия: минор матрицы, алгебраическое дополнение, обратная матрица;
- 2)научиться вычислять миноры и алгебраические дополнения матриц, находить матрицу обратную данной.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Найдите матрицу обратную данной, если: а)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 13 & 12 & 10 \\ 11 & 10 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Для определителя $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ найдите: а) A_{12}, A_{31} , б) M_{23}, M_{13} .

Вариант 2

1. Найдите матрицу обратную данной, если: а)

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 3 & -4 \end{pmatrix};$$

б) $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$

2. Для определителя $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ найдите: а) A_{22}, A_{32} ; б) M_{11}, M_{21} .

Практическое занятие №3

Тема: Вычисление ранга матрицы. Разложение определителя по элементам строки или столбца.

- 1) изучить понятие ранга матрицы, рассмотреть приёмы разложения определителя по элементам строки или столбца;
- 2) научиться находить ранг матрицы, раскладывать определители по элементам заданной строки или столбца.

Задания для практической работы Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Вычислите ранг матрицы
2. Разложите определитель матрицы по элементам первого столбца и вычислите его:

$$|D| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix}.$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 24 \\ 1 & 2 & 37 \\ -2 & -4 & -63 \end{pmatrix}$$

1. Вычислите ранг матрицы
2. Разложите определитель матрицы по элементам первого столбца и

вычислите его:

$$|D| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}.$$

Практическое занятие №4

Тема: Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Цель занятия:

- 1) изучить правило Крамера для решения систем линейных уравнений;
- 2) научиться решать системы линейных уравнений, используя изученное правило.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$$

2. Дайте определение совместной системы линейных алгебраических уравнений.

3. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 3z = -3 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$$
 2. Дайте определение несовместной системы линейных алгебраических уравнений.

3. Решите систему уравнений по методу Крамера
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Практическое занятие №5

Тема: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Цель занятия:

- 1) изучить метод Гаусса для решения систем линейных уравнений;
- 2) научиться решать системы линейных алгебраических уравнений, используя изученным методом.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 5x - 5y + 4z = -3 \\ x - y - 5z = 11 \\ 4x - 3y - 6z = -9 \end{cases}$$
. 2. Сформулируйте определение определённой системы линейных уравнений. Приведите пример.

3. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 4z = 11 \end{cases}$$
.

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x - 4y - 2z = 0 \\ 3x - 5y - 6z = -21 \\ 3x + y + z = -4 \end{cases}$$
. 2. Сформулируйте определение неопределённой системы линейных уравнений. Приведите пример.

3. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 4z = 12 \end{cases}$$
.

Практическое занятие №6

Тема: Операции над векторами и их свойства.

Цель занятия:

- 1) вспомнить понятие вектора, основные операции с векторами;
- 2) научиться выполнять основные операции с векторами.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Даны векторы $\vec{a} = \{7; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{-5; 6; 1\}$. Найдите координаты векторов: $\vec{c} = 3\vec{a}$, $\vec{d} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{e} = 9\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$.
2. Найдите координаты точки А, находящейся на расстоянии 10 единиц от точки В (8;6), если точка А лежит на оси абсцисс.
3. Найдите длину средней линии треугольника ABC, если AC основание треугольника и А (-2;9), В (-8;-3), С(4;5).

Вариант 2

1. Даны векторы: $\vec{a} = \{7; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{-5; 6; 1\}$. Найдите координаты векторов: $\vec{c} = -2\vec{b}$, $\vec{d} = 3\vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{e} = 7\vec{b} - \vec{d} + 2\vec{c}$.
2. Найдите координаты точки А, находящейся на расстоянии 10 единиц от точки В (8;6), если точка А лежит на оси ординат.
3. Найдите длину средней линии треугольника ABC, если AC основание треугольника и А(-6;3), В (4,9), С (2,-3).

Практическое занятие №7

Тема: Вычисление модуля и скалярного произведения векторов. Цель занятия:

- 1) вспомнить понятия: модуль вектора и скалярное произведение векторов, формулы для их нахождения;
- 2) научиться находить модуль и скалярное произведение векторов, используя изученные формулы.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Даны $\vec{a}\{2; -3; 1\}$, $\vec{b}\{4, 0, -2\}$. Найдите произведение векторов. 2.
Известно, что $|\vec{m}|=4$, $|\vec{n}|=5$, угол между векторами \vec{m} и \vec{n} равен 30° . Найдите $(\vec{m} + \vec{n})^2$.
3. Найдите угол между векторами $\vec{AB}\{2; 2; -4\}$ и $\vec{CD}\{2; 0; -2\}$.

Вариант 2

1. Даны $\vec{a}\{5; -2; 4\}$, $\vec{b}\{0, 3, 2\}$. Найдите произведение векторов. 2.
Известно, что $|\vec{m}|=6$, $|\vec{n}|=4$, угол между векторами \vec{m} и \vec{n} равен 60° . Найдите $(\vec{m} + \vec{n})^2$.
3. Найдите угол между векторами $\vec{AB}\{-\sqrt{3}; -1; 2\sqrt{2}\}$ и $\vec{CD}\{\sqrt{3}; -1; 2\sqrt{2}\}$.

Практическое занятие №8

Тема: Составление уравнений прямых, их построение. Цель занятия:

- 1)изучить различные виды уравнения прямой на плоскости;
- 2)научиться составлять уравнение прямой, проходящей через заданные точки, выполнять построение заданных прямых.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы

Вариант 1

1.Составьте уравнение прямой, проходящей через точки А (3;-5), В(4;7). 2.Постройте прямые, заданные уравнениями $2x + 5y + 20 = 0$, $6x + y - 3 = 0$. 3.Известны координаты вершин треугольника АВС: А(-1;2), В(5;3), С(4;- 2).Составьте уравнение прямых, проходящих через данные точки.

Вариант 2

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки С(7;-1), D(4;-2). 2.Постройте прямые, заданные уравнениями $3x - 4y - 12 = 0$, $x - 8y + 4 = 0$. 3.Составьте уравнение высоты ВDтреугольника АВС, если А(7;0), В(3;6) ,С(- 1;1).

Практическое занятие №9

Тема: Составление уравнений кривых второго порядка: окружности и эллипса, их построение.

Цель занятия:

- 1)изучить различные виды кривых второго порядка;
- 2)научиться составлять уравнения окружности и эллипса, выполнять построение заданных окружностей и эллипсов на плоскости.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работыг Вариант 1

- 1.Составьте уравнение окружности с центром в точке $(-2;5)$ и радиусом равным $\sqrt{5}$.
2. Постройте окружность заданную уравнением $x^2+y^2-10x-6y-2=0$.
3. а) Найдите координаты фокусов, длинны осей и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $16x^2+25y^2=400$;
б) Постройте данный эллипс.

Вариант 2

- 1.Составьте уравнение окружности с центром в точке $(3;-6)$ и радиусом равным 2
2. Постройте окружность заданную уравнением $x^2+y^2+8x+7=0$.
3. а) Составьте уравнение эллипса, координаты фокусов которого $(-7;0)$, $(7;0)$, а эксцентриситет равен $0,28$.
б) Постройте данный эллипс.

Практическое занятие №10

Тема: Составление уравнений кривых второго порядка: гиперболы и параболы, их построение.

Цель занятия:

- 1)продолжить изучение различных видов кривых второго порядка; 2)научиться составлять уравнения гиперболы и параболы, выполнять построение заданных кривых на плоскости.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. а) Найдите длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $7x^2-9y^2=63$.
б) Постройте данную гиперболу.
2. Составьте уравнение равносторонней гиперболы с фокусами на оси ОХ и проходящей через точку А $(-10; 8)$.
3. Составьте каноническое уравнение параболы и уравнение её директрисы, если фокус параболы F $(-2; 0)$.

Вариант 2

1. Составьте каноническое уравнение гиперболы, если её фокусы лежат на оси ОУ, эксцентриситет равен 1,4,а длинна большей осиравна10.
2. Составьте уравнение равносторонней гиперболы с фокусами на оси ОХ и проходящей через точку В $(-7; -3)$.
3. а) Найдите координаты фокуса и уравнение директрисы параболы, заданной уравнением $y^2=24x$.
б) Постройте данную параболу и её директрису.

Практическое занятие №11

Тема: Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, использование свойств пределов.

Цель занятия:

- 1) расширить представления о замечательных пределах функций, познакомиться с основными свойствами пределов;
- 2) научиться вычислять пределы функций, используя свойства пределов и замечательные пределы.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задание для практической работы Вариант 1

Вычислите пределы функций

1. $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^2 - 6x + 7)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 4x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{a^x - 1}$

Вариант 2

Вычислите пределы функций

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 7)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{4x}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\operatorname{arctg} x}$

Практическое занятие №12

Тема: Раскрытие неопределенностей и нахождение пределов. Цель занятия:

- 1) изучить различные виды неопределенностей;
- 2) научиться раскрывать неопределенности и вычислять значения пределов функций.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

Вычислите пределы функций

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 8}{2x^3 - x + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3+x}}{-\sqrt{x}}$$

Вариант 2

Вычислите пределы функций

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 7x + 6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 5}{3x^3 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x - 1}{2x^4 + x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{-x}$$

Практическое занятие №13

Тема: Вычисление производных функций с помощью правил дифференцирования.

Цель занятия:

- 1) повторить понятие производной функции, правила дифференцирования;
- 2) научиться вычислять производные данных функций.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Найдите производные функций и вычислите их значение в указанных точках

а) $f(x) = 6x^2 + 4x - 2, f'(1)$; б) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}, f'(0)$;

в) $f(x) = e^x \cdot \cos x$; г) $f(x) = (5x - 2)^4$

д) $f(x) = (5-x) \cdot \sqrt{4+2x}$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 2

1. Найдите производные функций и вычислите их значение в указанных точках а) $f(x) = 5x^2$

+ $3x + 6, f'(1)$; б) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}, f'(0)$;

в) $f(x) = e^x \cdot \sin x$; г)

$f(x) = \cos(2x+5)$; д) $f(x) = (3-2x) \cdot$

$\sqrt{5-x}$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Практическая работа №14

Тема: Нахождение промежутков возрастания и убывания функций, экстремумов

функций.

Цель занятия:

- 1) изучить необходимое и достаточное условия экстремума функции, правило нахождения экстремума функции с помощью второй производной;
- 2) научиться находить интервалы монотонности функции, экстремумы данных функций.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.
Задания для практической работы Вариант 1

1. Найдите интервалы монотонности данной функции: $y = x^4 - x^2$.
2. Исследуйте функцию на экстремумы с помощью второй производной: $y = 2x^3 - x^2 - 4x$.

Вариант 2

1. Найдите интервалы монотонности данной функции: $y = x^4 - 2x^2$.
2. Исследуйте функцию на экстремумы с помощью второй производной: $y = x^3 - x^2 - 5x$.

Практическая работа №15

Тема: Полное исследование функции. Построение графиков функций. Цель занятия:

- 1) изучить план исследования функции;
- 2) научиться исследовать данную функцию и выполнять построение её графика.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Проведите полное исследование функции: $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
2. Постройте график исследованной функции.

Вариант 2

1. Проведите полное исследование функции: $y = x^3 - 3x + 3$.
2. Постройте график исследованной функции.

Практическое задание № 16

Тема: Интегрирование заменой переменной в неопределённом интеграле. Цель занятия:

- 1) вспомнить определение первообразной функции, основные правила неопределённого интегрирования;
- 2) расширить таблицу основных неопределённых интегралов;
- 3) рассмотреть метод интегрирования заменой переменной в неопределённом интеграле и научиться его применять.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.
Задания для практической работы Вариант 1

1. Вычислите интеграл методом непосредственного интегрирования: а) ;

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$; 5) $\int dx$

2. Вычислите интеграл методом замены переменной: а)

б) $\int (1+x^5)^7 x^4 dx$; в) $\int \sqrt[4]{5x+6} dx$.

Вариант 2

1. Вычислите интеграл методом непосредственного интегрирования: а) ;

б) $\int \frac{dx}{9+x^2} \cdot (x+5) \cdot x dx$

2. Вычислите интеграл методом замены переменной: а)

$\int (9-2x^3)^4 x^2 dx$; б) $\int \sqrt[3]{3x+5} dx$.

Практическое задание № 17

Тема: Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Цель занятия:

- 1) вспомнить таблицу основных неопределённых интегралов, основные правила неопределённого интегрирования;
- 2) изучить метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле;
- 3) научиться применять метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Вычислите интеграл методом непосредственного

интегрирования: $\int (3x^2 + 4x - e^x) dx$.

2. Вычислите методом интегрирования по частям:

а) $\int (x+1) \cdot e^{2x} dx$;

б) $\int (4-x) \cdot \cos 2x dx$.

Вариант 2 1. Вычислите интеграл методом

$$\int (4x^3 + 8x - \sin x) dx$$

непосредственного интегрирования:

2. Вычислите методом интегрирования по частям:

а) $\int (3-2x) \cdot e^{-2x} dx$;

б) $\int (x+2) \cdot \sin 4x dx$.

Практическое задание № 18

Тема: Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Цель занятия:

- 1) изучить понятия: рациональная, иррациональная функция, рациональная дробь;
- 2) изучить метод сравнения коэффициентов;
- 2) научиться применять общее правило интегрирования рациональных дробей.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Найдите интеграл от рациональной функции методом неопределённых

коэффициентов: $\int \frac{3 dx}{x^2 - 5x + 6}$.

2. Найдите интеграл от иррациональной функции:

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt{x+2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 4x + 7}}$$

3. Найдите интеграл от квадратичной иррациональности:

Вариант 2

1. Найдите интеграл от рациональной функции методом неопределенных

коэффициентов: $\int \frac{x+2}{x^2-3x} dx$.

2. Найдите интеграл от иррациональной функции:

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$$

1. Найдите интеграл от квадратичной иррациональности:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x-8}}$$

Практическое задание № 19

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов. Цель занятия:

- 1) рассмотреть приложения определённого интеграла к различным геометрическим задачам;
- 2) научиться вычислять площадь плоской фигуры и объём тела вращения.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \frac{1}{x}$, если $1 \leq x \leq e$.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x$ и $x = 2$.
3. Вычислите объём тела, полученного вращением криволинейной трапеции $0 \leq y \leq \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Вариант 2

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x$ и $y = x^2$.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 9$ и $y = 0$.
3. Вычислите объём тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x^2}{2}$, $x = 0$, $y = 2$ и $\sqrt{2}$ вокруг оси ОУ.

Практическое занятие №20

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции в области. Цель занятия:

1. изучить понятие: точки локального экстремума функции двух переменных;
2. рассмотреть необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных;
3. научиться находить наибольшее и наименьшее значения функции в области.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Исследуйте функцию на экстремум: а)
 $Z = x^2 + 2xy - 4x - 6y + y^2$
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 - 5y^2 - 6x + 20y + 5$ в замкнутом треугольнике, ограниченном осями координат и прямой $x + y = 5$.

Вариант 2

1. Исследуйте функцию на экстремум: а)
 $Z = 4xy - 8$. $Z = x^2 - xy + y^2$; б)
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x^2 - 5y^2 - 6x + 20y + 5$ в замкнутом треугольнике, ограниченном осями координат и прямой $x + y = 4$.

Практическое занятие № 21

Тема: Нахождение суммы ряда по определению. Исследование сходимости положительных и знакопеременных рядов.

Цель занятия:

1. изучить понятия: числовой ряд, сумма числового ряда, сходящийся, расходящийся ряд, ряд с положительными членами, знакопеременный ряд;
2. рассмотреть теоремы сравнения рядов с положительными членами;
3. научиться находить сумму ряда пользуясь определением, исследовать на сходимость положительные и знакопеременные ряды.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Исследуйте ряд на сходимость, используя определение: $1 + 1$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots$$

2. Исследуйте ряд на сходимость, используя теоремы сравнения рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1) \cdot 3^n}$$

Вариант 2

1. Используйте ряд на сходимость, используя определение: $3 + 3$
 $\cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots$

2. Исследуйте ряд на сходимость, используя теоремы сравнения рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n^3+3}$$

Практическое занятие № 22

Тема: Применение признаков Даламбера, Коши, интегрального признака сходимости рядов.

Цель занятия:

1. рассмотреть признаки сходимости рядов: Даламбера, Коши, интегральный признак;
2. научиться применять признаки сходимости рядов для определения характера сходимости данных числовых рядов.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Исследуйте ряд на сходимость, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}$$

$$\frac{n}{3n+1}$$

↓
↓
↓

$$\sum_{n=1}^{\infty} \downarrow$$

2. Исследуйте ряд на сходимость, используя признак Коши:
3. Исследуйте ряд на сходимость, используя интегральный

признак: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1}$

Вариант 2

1. Исследуйте ряд на сходимость, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n!}$$

2. Исследуйте ряд на сходимость, используя признак Коши: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^{3n}}$
3. Исследуйте ряд на сходимость, используя интегральный

признак: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2}$

Практическое задание № 23

Тема: Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.

Цель занятия:

1. изучить понятия: дифференциальное уравнение первого порядка, общее решение дифференциального уравнения первого порядка, задача Коши;
2. рассмотреть способы решения дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными; научиться находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. а) Решите дифференциальное уравнение первого порядка с

разделенными переменными: $y^3 dx = \frac{dx}{x+1}$;

б) найдите его частное решение, если $y_0 = 2$ при $x_0 = 0$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = 2 + y$.

Вариант 2

1. а) Решите дифференциальное уравнение первого порядка с

разделенными переменными: $e^{2x} dx = \sqrt{y} dy$;

б) найдите его частное решение, если $y_0 = 1$ при $x_0 = 0$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' - xy + y = 0$.

Практическое задание № 24

Тема: Решение линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка.

Цель занятия:

1. рассмотреть способы решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка;
2. научиться находить общее и частное решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка.

Оборудование

ПК, электронное учебное пособие, медиа-презентация, раздаточный материал.

Задания для практической работы Вариант 1

1. Найдите: а) общее решение линейного дифференциального уравнения

$$\frac{y}{x}$$

б) частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям $y_0 = 1$ при $x_0 = 0$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения $xy' + y = 3$.

Вариант 2

1. Найдите: а) общее решение линейного дифференциального уравнения $y' - y = e^x$;
б) частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям $y(0) = 1$ при $x(0) = 0$.

Сборник тестов по дисциплине ЕН.01 «Элементы высшей математики»

Кривые второго порядка

Правильный ответ подчёркнут.

1. Кривой II порядка $8x^2 + 20y^2 - 24x + y = 7$ является

-эллипс, не вырожденный в окружность

- гипербола
- парабола
- окружность

2. Кривой II порядка $4x^2 - 11y^2 - 23x + y = 20$ является

- эллипс, не вырожденный в окружность

-гипербола

- парабола
- окружность

3. Кривой II порядка $7x^2 - 28x + y = 26$ является

- эллипс, не вырожденный в окружность

- гипербола

-парабола

- окружность

4. Кривой II порядка $6x^2 + 6y^2 - 22x + y = 7$ является

- эллипс, не вырожденный в окружность

- гипербола

- парабола

- окружность

Прямые и плоскости в пространстве

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(2, -1, -1)$ и

перпендикулярной прямой $l : \frac{x+1}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$, является а.

а. $3x+2y+z-3=0$

б. $3x+2y+z+2=0$

в. $-3x+3y+z+10=0$

2. Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(1, -5, 2)$ и параллельной

плоскости $3x - 10y + z - 2 = 0$, имеет вид

а. $x - 5y + z - 28 = 0$

б. $3x + 2y + z + 5 = 0$

в. $x - 5y + z - 55 = 0$

г. $3x - 10y + z - 55 = 0$

3. Плоскость $2x - 4y + 4z + 12 = 0$ перпендикулярна плоскости а.

б. $-4y - 4z + 14 = 0$

в. $-2x + 4y + 4z + 0 = 0$

г. $-4x + 4y - 1 = 0$

- с

4. Прямая, проходящая через точки $A(3, 4, 3)$ и $B(5, 3, 3)$,

перпендикулярна плоскости

а. $x - y + 3z + 1 = 0$

б. $2x + y = 0$

в. $2x - y + 5 = 0$

г. $-x + 2y + 3 = 0$

5. Даны три прямых на плоскости: $l_1 : 1 - 4y - x = 0$, $l_2 : 6 - y - 4x = 0$

и $l_3 : -x + 4y - 4 = 0$. Верным является утверждение

а. l_1 и l_2 перпендикулярны

б. l_1 и l_3 перпендикулярны

в. l_2 и l_3 перпендикулярны

г. перпендикулярных прямых нет

6. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(3, 3, -2)$ и

перпендикулярной прямой $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, является

а. $3x + 2y + z - 13 = 0$

б. $3x + 2y + z - 1 = 0$

в. $-2x + 2y + 3z + 6 = 0$

г. $x + y + z - 4 = 0$

тест 7. Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(3, -1, 5)$ и параллельной

$9x - 2y + z - 5 = 0$

$3x - y + z - 15 = 0$

$3x + 2y + z - 12 = 0$

$3x - y + z - 34 = 0$

плоскости , имеет вид

а.

б.

в.

г.

8. Плоскость перпендикулярна плоскости а.

б.

в.

г.

Прямые на плоскости

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Прямая, проходящая через точку $A(-2, 0)$

и параллельная прямой имеет вид

а. $2x + 2y + 2 = 0,$

б. $x + 2y + 2 = 0$

в. $-2x + 2y = 0$

г. $2x + 2y + 4 = 0$

$2x + 2y + 2 = 0$

2. Уравнением прямой, содержащей точку $A(6, -1)$ и параллельной

прямой

$\frac{x}{-5} = \frac{y}{1},$ является

а.

$x + 5y = 2$

б.

$x + 5y = 1$

в.

$5x + y = 0$

г.

$x - 5y = 0$

3. Общее уравнение прямой, содержащей точки $A(3, 1)$ и $B(-2, -2)$, имеет вид

а. $-x - 5y + 8 = 0$

б. $3x - 5y - 4 = 0$

в. $-2x + 2y + 8 = 0$

г. $x - 4y + 8 = 0$

Треугольник на плоскости

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

- Длина стороны AB в треугольнике $\triangle ABC$ с вершинами $A = (3, 3)$, $B = (9, 11)$, $C = (15, 7)$ равна
 а. 10 б. 14 в. $2\sqrt{2}$ г. $2\sqrt{3}$
- Длина медианы AM в треугольнике $\triangle ABC$ с вершинами $A = (11, 3)$, $B = (15, 23)$, $C = (31, 15)$ равна
 а. 8 б. 20 в. $4\sqrt{5}$ г. $\sqrt{2}$
- Угол ABC в треугольнике с вершинами $A = (3, 3)$, $B = (5, 7)$ и $C = (9, 5)$ а. прямой б. тупой в. острый
- В треугольнике $\triangle ABC$, где $A = (7, 8)$, $B = (19, 12)$, $C = (11, 20)$, угол при вершине A равен
 а. $\arccos(3/5)$ б. $\pi/3$ в. $\arccos(1/3)$ г. $\pi/6$
- В треугольнике $\triangle ABC$, где $A = (0, 4)$, $B = (8, 20)$, $C = (24, 14)$, угол ABC
 а. прямой б. тупой в. острый

Линейная алгебра. Алгебра матриц. Обратная матрица.

Определители

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

- 1 тест. Обратной к матрице $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$ является матрица
 а. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -23 & 8 \end{pmatrix}$ б. $\begin{pmatrix} -8 & -1 \\ -23 & -3 \end{pmatrix}$ в. $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$ г. $\begin{pmatrix} \frac{1}{8} & 1 \\ \frac{1}{23} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$
2. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$ равен а. 25
 б. в. $\begin{pmatrix} -7 & -9 \\ -5 & -10 \end{pmatrix}$ 115 г. 50
3. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -10 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$ равен а. -9
 б. в. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 8 & 1 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 9 г. 11 22

4. Определитель матрицы равен а. 15

б. в. г.

5. Определитель матрицы равен а.

-25 б. в. г.

6. Уравнение для нахождения собственных значений матрицы A имеет вид

а. $\det(A - \lambda E) = 0$

б. $A - \lambda E = 0$

в. $\lambda A - E = 0$

г. $\det(A + \lambda E) = 0$

Сумма и произведение матриц

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Выражение $(AB^T)^T$ эквивалентно

а. $A^T B^T$ б. BA^T в. $B^T A^T$ г. $A^T B$

2. Выражение $(AB^{-1})^{-1}$ эквивалентно

а. $A^{-1} B^{-1}$ б. BA^{-1} в. $B^{-1} A^{-1}$ г. $A^{-1} B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Произведение матриц равно

а. $\begin{pmatrix} 18 & 15 \\ 24 & 17 \end{pmatrix}$ б. $\begin{pmatrix} 11 & -10 & -29 \\ -11 & -10 & -29 \\ -5 & -7 & -14 \end{pmatrix}$ в. $\begin{pmatrix} 19 & 15 \\ 24 & 18 \end{pmatrix}$ г. $\begin{pmatrix} 10 & 10 & 29 \\ 11 & 9 & 29 \\ 5 & 7 & 13 \end{pmatrix}$

б. $A = \begin{pmatrix} -10 & -9 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$ в. $B = \begin{pmatrix} 9 & 8 \end{pmatrix}$

4. Заданы матрицы

и $\begin{pmatrix} -10 & 11 \\ 119 \end{pmatrix}$ Произведение BA

равно а. $\begin{pmatrix} 34 & 25 \\ -34 & -25 \end{pmatrix}$ б. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ в. $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ г. $\begin{pmatrix} -34 \\ -25 \end{pmatrix}$

5. Заданы матрицы

и $\begin{pmatrix} 50 & 56 \\ 44 & 42 \end{pmatrix}$ Произведение AB^T

равно а. $\begin{pmatrix} 33 & 66 \\ 32 & 53 \end{pmatrix}$ б. $\begin{pmatrix} 6 & 45 \\ 7 & 37 \end{pmatrix}$ в. $\begin{pmatrix} 25 & 22 \\ 28 & 21 \end{pmatrix}$ г. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$

б. $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ в. $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$

6. Заданы матрицы

и $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$. Сумма $2A + 3B^T$ равна

а. $\begin{pmatrix} 14 & 23 & 21 \\ 10 & 19 & 23 \end{pmatrix}$

б. $\begin{pmatrix} 8 & 14 & 13 \\ 6 & 11 & 14 \end{pmatrix}$

в. $\begin{pmatrix} 20 & 32 & 29 \\ 14 & 27 & 32 \end{pmatrix}$

г. $\begin{pmatrix} 14 & 10 \\ 23 & 19 \\ 21 & 23 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 11 & 2 \end{pmatrix}$

тест №7. Транспонированной к матрице

является матрица

а. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -11 & 6 \end{pmatrix}$

б. $\begin{pmatrix} 6 & 11 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

в. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 11 & 6 \end{pmatrix}$

г. $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 1 \\ \frac{1}{11} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Векторная алгебра

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Заданы векторы $\mathbf{p} = (5; 3; 1)$ и $\mathbf{q} = (2; 6; 2)$. Выражение $\mathbf{p} \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{p})$ равно а. -5 б. $3\sqrt{2}$ в. 5 г.

2. Заданы векторы $\mathbf{p} = (6; 4; 3)$ и $\mathbf{q} = (2; 3; 0)$. Длина вектора $2\mathbf{p} - 7\mathbf{q}$ равна а. $7\sqrt{13}$ б. $2\sqrt{61}$ в. 3 г. $\sqrt{209}$

3. Из векторов $\mathbf{a} = (2, 7, 5)$, $\mathbf{b} = (7, -2, 5)$ и $\mathbf{c} = (5, 0, -7)$, ортогональными являются

а. \mathbf{b} и \mathbf{c}

б. \mathbf{a} и \mathbf{b}

в. \mathbf{a} и \mathbf{c}

г. \mathbf{a} и \mathbf{b} , \mathbf{b} и \mathbf{c}

Комплексные числа

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Сумма $3z_1 - 5z_2$, если $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = 1 + i$, равна
 а. $1 + i$ б. $2 + i$ в. $1 + 2i$ г. $2 + 2i$
2. Произведение $z_1 z_2$, если $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 1 - 2i$, равно
 а. $10 - 8i$ б. $9 - 7i$ в. $9 - 8i$ г. $9 - 9i$

Системы линейных уравнений

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_3 - 2x_2 - 4x_1 = 0. \end{cases}$ имеет а.
одно нулевое решение
 б. бесконечно много решений в.
 одно ненулевое решение
 г. нет решений
2. Частным решением системы линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ -x_1 - x_3 = -3, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases}$ является
 а. $(3, -7, 1)$ б. $(2, 3, 1)$ в. $(0, 0, 0)$ г. $(-8, 4, 1)$
3. Система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$ имеет
 а. одно решение б. два решения
б. бесконечно много решений в.
 нет решений
4. Матричное уравнение $XA = B$ с невырожденной квадратной матрицей A имеет решение
 а. $X = AB$ б. $X = A^{-1}B$ в. $X = BA^{-1}$ г. $X = BA$
5. Матричное уравнение $AX = B$ с невырожденной квадратной матрицей A имеет решение
 а. $X = AB$ б. $X = BA^{-1}$ в. $X = BA$ г. $X = A^{-1}B$

Математический анализ. Дифференциальное исчисление

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1 - тест. Производная функции

$f(x) = x \cos(x+3) + 7$ равна а.

б. $x \sin(x+3) + 7$

в. $\sin(x+3)$

г. $\sin(x+3) - x \cos(x+3)$

2. Производная функции $f(x) = 7 \cos(\sqrt{x-9})$

равна б.

$-\frac{7}{2\sqrt{x-9}} \sin(\sqrt{x-9})$

б.

$\cos(\sqrt{x-9}) + \frac{7}{2\sqrt{x-9}} \sin(\sqrt{x-9})$

в.

$\frac{7}{2\sqrt{x-9}} - 7 \sin(\sqrt{x-9})$

г.

$$f(x) = \frac{9x+5}{x-10}$$

3. Производная функции

равна

а. $\frac{1}{(x-10)^2}$

б. $9 \ln(x-10)$

в.

$-\frac{1}{(x-10)^2}$

г. $\frac{5x}{(x-10)^2}$

а.

б.

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

в.

$$f = 15 \ln(x + y^2)$$

4. Частной производной

для функции

является

а. $\frac{36x}{x+y^2}$

б.

$\frac{15}{x+y^2}$

$\frac{30y}{x+y^2}$

$\frac{1}{x+y^2}$

а.

б.

$$f(x) = 5^{6x}$$

в.

г.

5. Производная функции

$$5^{6x} \ln 5$$

равна

$$5^{6x} 6 \ln 5$$

а.

б.

в. $4x^2 + yz - 9$

6. Градиент функции

равен а.

б. $(8x, y, z)$

в. $8x + 9y + 9z$

г. $8xyz + 9$

г.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

$$f = \sin x - 6x^2 y$$

7. Смешанная производная

$$\cos x - 12xy$$

для функции

$$\cos x$$

равна а. 0

8. Достаточным условием выпуклости функции

$$y(x)$$

на интервале (a, b)

является б. $y' > 0$ на (a, b)

а. $y' < 0$ на (a, b)

б. на

ав. $y'' < 0$ на (a, b)

г. $y' \leq 0$ на (a, b)

9. Достаточным условием убывания функции $y(x)$ на интервале (a, b) является

а. $y'' > 0$ на (a, b)

б. $y' < 0$ на (a, b)

ав. $y'' < 0$ на (a, b)

г. $y' \geq 0$ на (a, b)

10. Точкой локального экстремума функции является

$$f = 2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 9$$

а. (2, 5) б. (2, -5) в. (2, 3) г. (3, -1)

11. Градиент функции $f = 2x^2 + yz - 12$

а. $(4x, z, y)$

б. $(4x, y, z)$

в. $4x + 12y + 12z$

г. $4xyz + 12$

Дифференциальные уравнения

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

тест - 1. Общим решением дифференциального уравнения

$y'' - 17y' + 60y = 0$ является

а. $C_1 e^{5x} + C_2 e^{12x}$

б. $C_1 e^{-5x} + C_2 \sin(12x)$

в. $C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(12x)$

г. $C_1 e^{24x} + C_2 e^{6x}$

Интегральное исчисление

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Определенный интеграл $\int_{-4}^4 (6x + e^x) dx$
 равен а. 0 б. $e^4 - 6^4 + e^4$ в. г. $2e^4$

2. Несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{5dx}{x}$
 равен а. ∞ б. 5
 в. 0 г. $\int_0^2 \frac{3dx}{x}$

3. Несобственный интеграл

равен а. ~~Ф~~ б.
в. 0 г.

4. Определённый интеграл $\int_{-5}^5 2xe^{x^2} dx$ равен а. 0 б. $2e^{25}$ в. $4e^5$
г. 2
5. Несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{21}{2\sqrt{x}} dx$ равен 1 а. б. 0 в. 21
г.

Последовательности

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Примером неограниченной последовательности является последовательность а. $-1, 2, -1, 2, -1, \dots$ б. $1, 1, 1, 1, \dots$ в. $\sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4, \dots$ г. $1, 2, 1, 3, 1, 4, \dots$
2. Примером сходящейся последовательности является последовательность а. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ б. $1, -1, 1, -1, \dots$ в. $0, 1, 0, 2, 0, 3, \dots$ г.
3. Примером ограниченной последовательности является последовательность а. $1, 2, 3, 4, \dots$ б. $\cos 1, \cos 2, \cos 3, \cos 4, \dots$ в. $0, 1, 0, 2, 0, 3, \dots$ г. $-1, -2, -3, -4, \dots$
4. Примером бесконечно малой последовательности является последовательность а. $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ б. $1, -1, 1, -1, \dots$ в. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ г.
5. Примером бесконечно большой последовательности является последовательность а. $1, -1, 1, -1, \dots$ б. $0, 1, 0, 2, 0, 3, \dots$ в. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ г.
6. Примером ограниченной последовательности является последовательность а. $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ б. $2, -2, 2, -2, \dots$ в. $0, 1, 0, 2, 0, 3, \dots$ г. $-1, -2, -3, -4, \dots$
7. Примером бесконечно малой последовательности является последовательность а. $-1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ б. $3, 2, 1, 0, -1, \dots$ в. $3, -3, 3, -3, \dots$ г.
8. Примером бесконечно большой последовательности является последовательность а. $1, -1, 1, -1, \dots$ б. $-1, -2, -3, -4, \dots$ в. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ г.
- 9_тест. Примером ограниченной последовательности является последовательность а. $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ б. $0, -1, 0, -1, 0, \dots$ в. $0, 1, 0, 2, 0, 3, \dots$ г. $-1, -2, -3, -4, \dots$

Предел функции

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^6 + 7x^4 - 32x + 36}{7x^6 - 32x^5 + 12x + 36}$ равен а. $\frac{12}{7}$ б. 1 в. $-\frac{1}{32}$ г. ∞

2. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+9}{x} \right)^x$ равен б. e^9 а. 1 в. 9 г. 0

3. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-7x}$ равен в. 0 а. 7 б. ∞ г. -7

Ряды

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{11n!}$ равен а. $\frac{1}{11}$ б. ∞ в. 11 г. 1

2. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{16^n}$ равен б. 16 а. 1 в. $+\infty$ г. $\frac{1}{16}$

3. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4n^2 + 11}$ равен в. 1 а. ∞ б. 11 г. 4

Теория вероятностей

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

1. Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей

значения X	3	4	6
вероятности P	0.3	0.3	0.4

Математическое ожидание $M(X)$ равно а. 4.5 б. 13 в. 2.4 г. 1.2

2. Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей

значения X	-1	3
вероятности P	0.1	0.6

Математическое ожидание $M(|X|)$ равно б. 3.0 а. 8 в. 2.4 г. 0.3

3. Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей

значения X 0 1 3

вероятности P 0.4 0.2 0.4

Дисперсия $D(X)$ равна

а. 3.8 б. 10 в. 1.84 г. 2.4

тест_4. Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей

значения X 3 4 5

вероятности P 0.3 0.1 0.6

Дисперсия $D(X + 4)$ равна
а. 19.3 б. 50 в. 0.81 г. 15.0

Классическая вероятность

Правильный ответ выделен и подчёркнут.

- Вероятность, что кубик упадет на грань "5", при условии, что выпадет нечетная грань, равна
а. $\frac{1}{3}$ б. $\frac{1}{2}$ в. $\frac{5}{6}$ г. $\frac{1}{6}$
- В урне находится 11 красных и 4 черных шаров. Вероятность на удачу достать два красных шара равна
а. $\frac{121}{225}$ б. $\frac{104}{225}$ в. $\frac{11}{15}$ г. $\frac{11}{21}$
- Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $\frac{9}{10}$. Вероятность того, что из двух выстрелов попали оба раза, равна
а. $\frac{9}{10}$ б. $\frac{2}{5}$ в. $\frac{81}{100}$ г. $\frac{91}{100}$
- Урна содержит 7 белых и 12 черных шаров. Вероятность наудачу достать первым белый шар, а вторым черный, равна
а. $\frac{84}{361}$ б. $\frac{7}{19}$ в. $\frac{12}{19}$ г. $\frac{14}{57}$
- Количество способов, которыми можно выбрать 4 экзаменационных билета из 9, равно
а. 147 б. 135 в. 126 г. 122

Устный опрос по дисциплине ЕН. 01 «Элементы высшей математики»

1. Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
2. Определитель матрицы. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Вычисление обратных матриц второго и третьего порядков.
4. Алгоритм решения системы линейных уравнений в матричной форме.
5. Алгоритм решения системы линейных уравнений по формулам Крамера.
6. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
7. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение. Вычитание, умножение и деление комплексных чисел.
8. Предел функции в точке, предел функции на бесконечность. Свойства пределов.
9. Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования.
10. Геометрический и физический смысл производной.
11. Формулы и правила дифференцирования для сложной функции.
12. Алгоритм исследования построения графика функции.
13. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
14. Неопределенный интеграл. Свойства.
15. Непосредственное интегрирование. Формулы.
16. Интегрирование подстановкой.
17. Определенный интеграл. Свойства.
18. Геометрический смысл определенного интеграла.
19. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
20. Понятие вектора. Действия над векторами.
21. Уравнение линии на плоскости.
22. Окружность. Эллипс. Характеристики.
23. Гипербола. Характеристики.
24. Парабола. Характеристики.